a/ A:le projeté orthogonal de I sur P

$\Rightarrow$ (AI) $\perp$ P or on a (AB)$\perp$P

$\Rightarrow$ (AI) //(AB) et par suite Iϵ(AB)

b/ $\overrightarrow{AI}\begin{pmatrix}a-1\\b+1\\c-2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-2\\2\\-4\end{pmatrix}$ sont colinéaires $\Rightarrow$

$$\begin{vmatrix}-2 & a-1\\2 & b+1\end{vmatrix}=0 et \begin{vmatrix}2 & b+1\\-4 & c-2\end{vmatrix}=0$$

$\Rightarrow$-2(b+1)-2(a-1)=0 et 2(c-2)+4(b+1)=0

$\Rightarrow$ b+a=0 et c+2b=0

$\Rightarrow$b= - a et c = 2a

c/ (S) est de centre I et de rayon R=IB

(S)$\cap$P est le cercle de centre A et de rayon $2\sqrt{3}$

$\Rightarrow$ IB²=IA²+(2$\sqrt{3}$)²$\Rightarrow$ IB²-IA²=12

IB²-IA²=12

IB²=(a+1)²+(b-1)²+(c+2)²

IA²=(a-1)²+(b+1)²+(c-2)²

$\Rightarrow$a-b+2c=3

d/ on a $\begin{cases}b=-a\\c=2a\\a-b+2c=3\end{cases}$

$\Rightarrow$ a=1/2 ; b = - ½ et c = 1

I(1/2 ; - ½ ; 1)

(S) est une sphère de centre I(1/2; -½ ;1)

Et de rayon R=IB=$\frac{3\sqrt{6}}{2}$

$\Rightarrow$ (S) : (x-1/2)²+(y+1/2)²+(z-1)²=27/2

EX 26 :

A(6,0,0) ;B(0,6,0) ;C(0,0,6) D(-2,-2,-2)

1) a/ $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-6\\6\\0\end{pmatrix};\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-6\\0\\6\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}36\\36\\36\end{pmatrix}\neq\vec{O}\Rightarrow$ $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires et par suite A,B et C ne sont pas alignées.

b/ $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}36\\36\\36\end{pmatrix}$ est un vecteur normal à P$\Rightarrow$ $\vec{N}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$ est un vecteur normal àP

$\Rightarrow$P :x+y+z+d=0

AϵP$\Rightarrow$6+d=0$\Rightarrow$d=-6

$\Rightarrow$P :x+y+z-6=0

c/ $\overrightarrow{OD}\begin{pmatrix}-2\\-2\\-2\end{pmatrix}\Rightarrow\overrightarrow{OD}=-2\,.\,\vec{N}\Rightarrow\overrightarrow{OD}$ et $\vec{N}$ sont colinéaires et par suite (OD) et P sont perpendiculaires.

d/ (OD) : $\begin{cases}x=-2t\\y=-2t\\z=-2t\end{cases}$;t ϵ IR

e/ H(x,y,z)ϵ(OD)$\cap$P $\Rightarrow$

$$\begin{cases}x=-2t\\y=-2t\\z=-2t\\x+y+z-6=0\end{cases}$$

$\Rightarrow$ -6t-6=0$\Rightarrow$ t=-1 $\Rightarrow$H(2 ;2 ;2)

* AH=BH=CH= $2\sqrt{6}$

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn